

1. Calcula los siguientes tres términos y el término general de las siguientes sucesiones. Identifica el tipo de progresión que es cada una.

$$a_n = 2, 5, 8, 11, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, \dots$$

$$c_n = 3, \frac{9}{2}, \frac{27}{4}, \frac{81}{8}, \dots$$

$$d_n = 3, -2, -7, -12, \dots$$

solución

$$a_n = 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20 \dots \text{arit.: } d = 3, a_n = 3n - 1$$

$$b_n = \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{8}, -\frac{1}{16}, \frac{1}{32}, -\frac{1}{64}, \frac{1}{128} \dots \text{geom.: } r = -\frac{1}{2}, b_n = \frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$c_n = 3, \frac{9}{2}, \frac{27}{4}, \frac{81}{8}, \frac{243}{16}, \frac{729}{32}, \frac{2187}{64} \dots \text{geom.: } r = \frac{3}{2}, c_n = 3 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$d_n = 3, -2, -7, -12, -17, -22, -27 \dots \text{aritm.: } d = -5, d_n = 8 - 5n$$

2. Calcula la suma de los 25 primeros términos de las sucesiones  $a_n$  y  $c_n$  del ejercicio anterior. (si no puedes calcularlas, deja el resultado indicado).

Solución

$$a) S_{25} = \frac{a_1 + a_{25}}{2} \cdot 25 = \frac{2 + 74}{2} \cdot 25 = 974$$

$$b) S_{25} = \frac{g_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{3 \left( \left(\frac{3}{2}\right)^{25} - 1 \right)}{\frac{3}{2} - 1} \approx 150\,500$$

3. El cuarto término de una progresión aritmética es 24, y el primero es 12. ¿cuál será el vigésimo quinto término?

Solución

$$a_4 - a_1 = 3d; d = \frac{a_4 - a_1}{3}; d = \frac{24 - 12}{3} = 4$$

$$a_{25} = a_1 + (25 - 1)d; a_{25} = 12 + 24 \cdot 4 = 108$$

4. Una pelota cae desde una altura de 2m y en cada rebote alcanza las  $\frac{3}{4}$  partes de la altura anterior. Calcula el espacio que recorrerá antes de pararse.

Solución

Es una suma infinita con  $g_1 = 2$  y  $r = 3/4$

$$S_\infty = \frac{g_1}{1 - r}; S_\infty = \frac{2}{1 - 3/4} = 8m$$

5. (2 puntos) Calcula el interés que obtendremos al mantener 10 000€ al 6% durante 2 años si el período de capitalización es cuatrimestral. (el cálculo difícil vale 1.1262)

- a) Si Hacienda retiene el 20%, ¿qué capital total tendremos al final del período?

Solución

$$C_f = c_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}; C_f = 10000 \cdot \left(1 + \frac{0.06}{3}\right)^{2 \cdot 3} = 11262; I = 1262$$

Si hacienda retiene el 20;  $1262 \cdot 0,8 = 1009,6$ . El  $C_f = 11009,6€$

6. Reparte 2400 de forma proporcional a 4, 5 y 6

Solución

$$4 + 5 + 6 = 15; 2400 : 15 = 160$$

El reparto será  $4 \cdot 160 = 640, 5 \cdot 160 = 800$  y  $6 \cdot 160 = 960$

7. Una televisión nos ha costado 595 €, si sabemos que nos han hecho un 15% de descuento, ¿cuánto costaba antes?

Solución

$$595 / 0,85 = 700€$$

8. (2 puntos) Tres máquinas trabajan 4 días durante 6 horas cada día para realizar un pedido de 900 piezas. ¿Cuántas horas al día tendrán que funcionar 5 máquinas para realizar 2500 piezas en 5 días?

Solución

La relación máquinas/horas es inversa, como la días/horas.

La piezas/horas es directa, así que  $x = \frac{5^{-1} \cdot 5^{-1} \cdot 6 \cdot 2500}{3^{-1} \cdot 4^{-1} \cdot 900} = 8 \text{ horas}$

1. Calcula los siguientes tres términos y el término general (en forma explícita si es posible) de las siguientes sucesiones. Identifica las que sean progresiones aritméticas o geométricas.

$$a_n = 4, 9, 14, 19, \dots$$

$$b_n = \frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, -\frac{1}{24}, \dots$$

$$c_n = 12, 7, 2, -3 \dots$$

$$d_n = 2, \frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{27}{16}, \dots$$

Solución

$$a_n = 4, 9, 14, 19, 24, 29, 34 \dots \text{arit.: } d=5, a_n = 5n - 1$$

$$b_n = \frac{1}{3}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{12}, -\frac{1}{24}, \frac{1}{48}, -\frac{1}{96}, \frac{1}{192} \dots \text{geom.: } r = \frac{-1}{2}, b_n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1}$$

$$c_n = 12, 7, 2, -3, -8, -13, -18 \dots \text{arit.: } d = -5, c_n = 17 - 5n$$

$$d_n = 2, \frac{3}{2}, \frac{9}{8}, \frac{27}{32}, \frac{81}{128}, \frac{243}{512}, \frac{729}{2048} \dots \text{geom.: } r = \frac{3}{4}, d_n = 2 \left(\frac{3}{4}\right)^{n-1}$$

2. Calcula la suma de los 25 primeros términos de las sucesiones  $a_n$  y  $d_n$  del ejercicio anterior. (si no puedes calcularlas, deja el resultado indicado).

Solución

$$a) S_{25} = \frac{a_1 + a_{25}}{2} \cdot 25 = \frac{4 + 124}{2} \cdot 25 = 1624$$

$$b) S_{25} = \frac{g_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{2 \left( \left(\frac{3}{4}\right)^{25} - 1 \right)}{\frac{3}{4} - 1} \approx 8$$

3. El cuarto término de una progresión aritmética es 40, y el primero es 22. ¿cuál será el vigésimo quinto término?

Solución

$$a_4 - a_1 = 3d; d = \frac{a_4 - a_1}{3}; d = \frac{40 - 22}{3} = 6$$

$$a_{25} = a_1 + (25 - 1)d; a_{25} = 22 + 24 \cdot 6 = 166$$

4. Un negocio gana cada año un 10% más que el año anterior. Si el primer año ganó 250 000 €, ¿cuánto habrá ganado en total en 10 años? ( usa:  $1,1^{10} \approx 2,6$  )

Solución

*Es la suma de los 10 primeros términos de una prog. geométrica.*

$$g_1 = 250000 \text{ € } y r = 1.1; S_{10} = \frac{250000 \cdot (1.1^{10} - 1)}{1.1 - 1} = 3\,984\,400 \text{ €}$$

5. (2 puntos) Calcula el interés que obtendremos al mantener 10 000€ al 4% durante 3 años si el período de capitalización es trimestral. (el cálculo difícil vale 1.1268)

- a) Si Hacienda retiene el 20%, ¿qué capital total tendremos al final del período?

Solución

$$C_f = c_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}; C_f = 10000 \cdot \left(1 + \frac{0.04}{4}\right)^{4 \cdot 3} = 11268; I = 1268$$

*Si hacienda retiene el 20%;  $1262 \cdot 0,8 = 1014,4$ . El  $C_f = 11014,4 \text{ €}$*

6. Un traje nos ha costado 45 €, si sabemos que nos han hecho un 25% de descuento, ¿cuánto costaba antes?

Solución

$$45 / 0,75 = 60 \text{ €}$$

7. Reparte 14400 de forma proporcional a 12, 8 y 4

Solución

$$12 + 8 + 4 = 24; 14400 : 24 = 600$$

*El reparto será  $12 \cdot 600 = 7200$ ,  $8 \cdot 600 = 4800$  y  $4 \cdot 600 = 2400$*

8. (2 puntos) Tres cuadrillas trabajan 6 días durante 8 horas cada día para limpiar un bosque de 900 ha. ¿Cuántas horas al día tendrán que trabajar 4 cuadrillas para limpiar 1125 ha. en 5 días?

Solución

*La relación cuadrillas / horas es inversa, como la días / horas.*

*La hectáreas / horas es directa, así que  $x = \frac{4^{-1} \cdot 5^{-1} \cdot 8 \cdot 1125}{3^{-1} \cdot 6^{-1} \cdot 900} = 9 \text{ horas}$*

1. Calcula los siguientes tres términos y el término general de las siguientes sucesiones. Identifica el tipo de progresión que es cada una.

$$a_n = 2, 6, 10, 14, \dots$$

$$b_n = \frac{2}{3}, -\frac{2}{9}, \frac{2}{27}, -\frac{2}{81}, \dots$$

$$c_n = 2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{27}, \dots$$

$$d_n = 8, 3, -2, -7, \dots$$

solución

$$a_n = 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26 \dots \text{arit. : } d = 4, a_n = 4n - 2$$

$$b_n = \frac{2}{3}, -\frac{2}{9}, \frac{2}{27}, -\frac{2}{81}, \frac{2}{243}, -\frac{2}{729}, \frac{2}{2187} \dots \text{geom. : } r = -\frac{1}{3}, b_n = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{-1}{3}\right)^{n-1}$$

$$c_n = 2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{27}, \frac{32}{81}, \frac{64}{243}, \frac{128}{729} \dots \text{geom. : } r = \frac{2}{3}, c_n = 2 \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

$$d_n = 8, 3, -2, -7, -12, -17, -22 \dots \text{arit. : } d = -5, c_n = 13 - 5n$$

2. Calcula la suma de los 26 primeros términos de las sucesiones  $a_n$  y  $c_n$  del ejercicio anterior. (si no puedes calcularlas, deja el resultado indicado).

Solución

$$a) S_{26} = \frac{a_1 + a_{26}}{2} \cdot 26 = \frac{2 + 102}{2} \cdot 25 = 1300$$

$$b) S_{26} = \frac{g_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{2 \left( \left(\frac{2}{3}\right)^{26} - 1 \right)}{\frac{2}{3} - 1} \approx 6$$

3. El cuarto término de una progresión geométrica es 24, y el primero es 3. ¿cuál será el vigésimo quinto término?

Solución

$$\frac{g_4}{g_1} = r^3; \quad r = \sqrt[3]{\frac{a_4}{a_1}}; \quad r = \sqrt[3]{\frac{24}{3}} = 2$$

$$g_{25} = g_1 \cdot r^{24}; \quad g_{25} = 3 \cdot (2)^{24} = 50331648$$

4. Una pelota cae desde una altura de 3 m y en cada rebote alcanza las  $\frac{3}{4}$  partes de la altura anterior. Calcula el espacio que recorrerá antes de pararse.

Solución

Es una suma infinita con  $g_1 = 3$  y  $r = 3/4$

$$S_\infty = \frac{g_1}{1-r}; \quad S_\infty = \frac{3}{1-3/4} = 12m$$

5. (2 puntos) Calcula el interés que obtendremos al mantener 20 000€ al 5% durante 3 años si el período de capitalización es bimensual. (el cálculo difícil vale 1.1611)

- a) Si Hacienda retiene al final el 20% de los intereses, ¿qué capital total tendremos al final del período?

Solución

$$C_f = c_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}; \quad C_f = 20000 \cdot \left(1 + \frac{0.05}{6}\right)^{6 \cdot 3} = 23222; \quad I = 3222$$

Si hacienda retiene el 20;  $3222 \cdot 0,8 = 2577,6$ . El  $C_f = 22577,6 \text{ €}$

6. Reparte 7400 de forma inversamente proporcional a 4, 5 y 6

Solución

repartir a  $4^{-1}, 5^{-1}, 6^{-1}$  es equivalente a repartir a 15, 12 y 10  
 $15 + 12 + 10 = 37; 7400 : 37 = 200$

El reparto será  $15 \cdot 200 = 3000, 12 \cdot 200 = 2400$  y  $10 \cdot 200 = 2000$

7. Una televisión nos ha costado 510 €, si sabemos que nos han hecho un 15% de descuento, ¿cuánto costaba antes?

Solución

$$510 / 0,85 = 600 \text{ €}$$

8. (2 puntos) Tres pintores trabajan durante 8 horas al día para pintar 60 paneles. ¿cuántas horas al día tendrán que trabajar 6 pintores para pintar 150 paneles?

Solución

La relación pintores/horas es inversa. La paneles/horas es directa

$$x = \frac{6^{-1} \cdot 8 \cdot 150}{3^{-1} \cdot 60} = 10 \text{ horas}$$

1. Calcula los siguientes tres términos y el término general de las siguientes sucesiones. Identifica el tipo de progresión que es cada una.

$$a_n = 4, 7, 10, 13, \dots$$

$$b_n = 5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, -\frac{5}{8}, \dots$$

$$c_n = 2, 3, \frac{9}{2}, \frac{27}{4}, \dots$$

$$d_n = 12, 5, -2, -9, \dots$$

solución

$$a_n = 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22 \dots \text{arit.: } d = 3, a_n = 3n + 1$$

$$b_n = 5, -\frac{5}{2}, \frac{5}{4}, -\frac{5}{8}, \frac{5}{16}, -\frac{5}{32}, \frac{5}{64} \dots \text{geom.: } r = \frac{-1}{2}, b_n = 5 \cdot \left(\frac{-1}{2}\right)^{n-1}$$

$$c_n = 2, 3, \frac{9}{2}, \frac{81}{4}, \frac{242}{16}, \frac{729}{64} \dots \text{geom.: } r = \frac{3}{2}, c_n = 2 \left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}$$

$$d_n = 12, 5, -2, -9, -16, -23, -30 \dots \text{arit.: } d = -7, c_n = 19 - 7n$$

2. Calcula la suma de los 24 primeros términos de las sucesiones  $a_n$  y  $c_n$  del ejercicio anterior. (si no puedes calcularlas, deja el resultado indicado).

Solución

$$a) S_{24} = \frac{a_1 + a_{24}}{2} \cdot 24 = \frac{4 + 73}{2} \cdot 24 = 901$$

$$b) S_{24} = \frac{g_1(r^n - 1)}{r - 1} = \frac{2 \left( \left(\frac{3}{2}\right)^{24} - 1 \right)}{\frac{3}{2} - 1} \approx 67332$$

3. El cuarto término de una progresión geométrica es 54, y el primero es 2. ¿cuál será el vigésimo término?

Solución

$$\frac{g_4}{g_1} = r^3; \quad r = \sqrt[3]{\frac{a_4}{a_1}}; \quad r = \sqrt[3]{\frac{54}{2}} = 3$$

$$g_{20} = g_1 \cdot r^{20}; \quad g_{20} = 2 \cdot (3)^{20} = 6973568802$$

4. Un negocio gana cada año un 10% más que el año anterior. Si el primer año ganó 25 000 €, ¿cuánto habrá ganado en total en 10 años? ( puedes usar:  $1,1^{10} \approx 2,6$  )

Solución

*Es la suma de los 10 primeros términos de una prog. geométrica.*

$$g_1 = 25000 \text{ € y } r = 1.1; \quad S_{10} = \frac{25000 \cdot (1.1^{10} - 1)}{1.1 - 1} = 398436 \text{ €}$$

5. (2 puntos) Calcula el interés que obtendremos al mantener 30 000€ al 4% durante 2 años si el período de capitalización es trimestral. (el cálculo difícil vale 1.0829)

a) Si Hacienda retiene al final el 20% de los intereses, ¿qué capital total tendremos al final del período?

Solución

$$C_f = c_0 \cdot \left(1 + \frac{r}{n}\right)^{n \cdot t}; \quad C_f = 30000 \cdot \left(1 + \frac{0.04}{4}\right)^{4 \cdot 2} = 32486; \quad I = 2486$$

*Si hacienda retiene el 20;  $2486 \cdot 0,8 = 1988,8$ . El  $C_f = 31988,8 \text{ €}$*

6. Reparte 6300 de forma inversamente proporcional a 3, 5 y 6

Solución

*repartir a  $3^{-1}, 5^{-1}, 6^{-1}$  es equivalente a repartir a 10, 6 y 5*

$$10 + 6 + 5 = 21; \quad 6300 : 21 = 300$$

*El reparto será  $10 \cdot 300 = 3000, 6 \cdot 300 = 1800$  y  $5 \cdot 300 = 1500$*

7. Unos pantalones cuestan 40€ de los 70 que costaban antes. ¿cuál es el porcentaje de rebaja que se les ha hecho?

Solución

*$40/70 = 0,57$ ; una rebaja del 43 por ciento*

8. (2 puntos) Tres máquinas encuadernan 810 libros en 6 horas. ¿cuántas máquinas tardarán 8 horas en encuadernar 2520 libros?

Solución

*La relación horas / máquinas es inversa. La libros / máquinas es directa*

$$x = \frac{3 \cdot 8^{-1} \cdot 2520}{6^{-1} \cdot 810} = 7 \text{ máquinas}$$